APOSTILA AVANÇADA DE TRIGONOMETRIA

Do zero ao nível avançado

1. Introdução

Trigonometria é o estudo das relações entre ângulos e comprimentos. Ela aparece em física, engenharia, computação gráfica, astronomia, eletrônica e processamento de sinais.

2. Graus e Radianos

360° = 2π rad. Portanto: 180° = π rad, 90° = π/2 rad. Para converter graus em radianos: multiplique por π/180. Para converter radianos em graus: multiplique por 180/π.

3. Triângulo Retângulo

Seno = cateto oposto/hipotenusa. Cosseno = cateto adjacente/hipotenusa. Tangente = cateto oposto/cateto adjacente.

4. Círculo Trigonométrico

O círculo unitário possui raio 1. Cada ângulo corresponde a um ponto (cos x, sen x). Os quadrantes determinam o sinal das funções trigonométricas.

5. Função Seno (Senoide)

f(x)=A·sen(Bx+C)+D. Amplitude = |A|. Período = 2π/|B|. C desloca horizontalmente. D desloca verticalmente. A senoide modela ondas sonoras, vibrações e corrente alternada.

6. Função Cosseno (Cossenoide)

Possui a mesma forma da senoide, mas inicia no valor máximo. cos(x)=sen(x+π/2). Amplitude e período seguem as mesmas regras da função seno.

7. Função Tangente (Tangentoide)

tg(x)=sen(x)/cos(x). Período π. Possui assíntotas verticais onde cos(x)=0. É usada para modelar inclinações e ângulos.

8. Secante, Cossecante e Cotangente

sec(x)=1/cos(x). cosec(x)=1/sen(x). cotg(x)=cos(x)/sen(x). São funções derivadas das funções básicas.

9. Identidades Fundamentais

$sen^2x+cos^2x=1$. $1+tg^2x=sec^2x$. $1+cotg^2x=cosec^2x$. Essas identidades são a base de praticamente toda manipulação trigonométrica.

10. Valores Notáveis

0°, 30°, 45°, 60° e 90°. Memorizar esses valores acelera a resolução de exercícios.

11. Simetrias

sen(-x)=-sen(x). cos(-x)=cos(x). tg(-x)=-tg(x). Seno e tangente são ímpares; cosseno é par.

12. Fórmulas de Soma e Diferença

sen(a+b)=sen(a)cos(b)+cos(a)sen(b). cos(a+b)=cos(a)cos(b)-sen(a)sen(b). tg(a+b)=(tg(a)+tg(b))/(1−tg(a)tg(b)).

13. Ângulo Duplo

sen(2x)=2sen(x)cos(x). cos(2x)=cos²(x)-sen²(x). tg(2x)=2tg(x)/(1−tg²(x)).

14. Meio Ângulo

Permite calcular funções de x/2 a partir de funções de x. Muito usado em provas avançadas e cálculo.

15. Transformações de Gráficos

Amplitude altera a altura da onda. Período altera a repetição. Fase desloca horizontalmente. Translação vertical move o gráfico para cima ou para baixo.

16. Equações Trigonométricas

A estratégia geral é isolar a função, encontrar os ângulos principais e escrever a solução geral.

17. Inequações Trigonométricas

Utilizam o círculo trigonométrico para determinar intervalos de solução.

18. Lei dos Senos

a/sen(A)=b/sen(B)=c/sen(C). Usada em triângulos quaisquer.

19. Lei dos Cossenos

c²=a²+b²−2ab cos(C). Generaliza o Teorema de Pitágoras.

20. Funções Inversas

arcsen, arccos e arctg retornam ângulos a partir de valores trigonométricos.

21. Números Complexos

z=r(cosθ+i senθ). Forma trigonométrica de números complexos.

22. Fórmula de De Moivre

(cosθ+i senθ)^n = cos(nθ)+i sen(nθ). Permite calcular potências e raízes complexas.

23. Séries de Taylor

sen(x)=x−x³/3!+x■/5!−... cos(x)=1−x²/2!+x■/4!−... Essenciais em física e cálculo avançado.

24. Aplicações

Ondas mecânicas, som, corrente alternada, GPS, gráficos 3D, astronomia e inteligência artificial.

25. Mapa Mental Final

Funções básicas → identidades → transformações → equações → aplicações. A trigonometria conecta geometria, álgebra, cálculo e física.